

CONCOURS EXTERNE
DE CONTRÔLEUR STAGIAIRE DU TRÉSOR PUBLIC

ANNÉE 2000

ÉPREUVE N° 3 A OPTION

Durée : 3 heures - Coefficient : 4

UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES

PAGE 2

RÉDACTION D'UNE OU PLUSIEURS NOTES D'HISTOIRE ET/OU
DE GÉOGRAPHIE

PAGE 5

UN OU PLUSIEURS EXERCICES DE COMPTABILITÉ GÉNÉRALE

PAGE 6

Toute note inférieure à 6/20 est ELIMINATOIRE

TRÈS IMPORTANT :

Le candidat traitera celui des trois sujets ci-après qui correspond à l'option qu'il a choisie lors de son inscription au concours : **CE CHOIX NE PEUT PAS ÊTRE MODIFIÉ.**

Sous peine d'annulation de leur copie, les candidats ne doivent porter aucun signe distinctif (nom, prénom, lieu, etc.) sur la partie réservée à la rédaction.

Tournez la page S.V.P.

UN OU PLUSIEURS PROBLÈMES DE MATHÉMATIQUES

Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels et documents suivants :

- calculatrices électroniques à fonctionnement autonome, sans imprimante, à entrée unique par clavier ;
- règles à calcul ;
- tables de logarithme ne comportant aucune formule algébrique, géométrique ou trigonométrique.

Les cinq exercices sont à traiter. Les candidats devront justifier tous leurs résultats et détailler leurs calculs pour y parvenir.

EXERCICE N°1

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par : $f(x) = (1 - x^2) e^{-x}$

On notera C la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. (Unité graphique : 2 cm)

1. a) Déterminer la limite de f en $-\infty$

b) Vérifier que pour tout réel x : $f'(x) = e^{-x} - \frac{x^2}{e^x}$

En déduire la limite de f en $+\infty$

Quelle en est la conséquence graphique ?

c) f' désignant la fonction dérivée de f , montrer que pour tout réel x :

$$f'(x) = (x^2 - 2x - 1) e^{-x}$$

En déduire le sens de la variation de f

d) Etablir le tableau de variation de f

2. a) Déterminer les coordonnées des points communs à C et à l'axe des abscisses

b) Tracer la courbe C

3. On considère les intégrales suivantes :

$$J = \int_0^1 x e^{-x} dx \quad \text{et} \quad I = \int_0^1 f(x) dx$$

a) On considère la fonction H définie sur \mathbb{R} par $H(x) = (-x - 1) e^{-x}$

Déterminer H' la dérivée de H , en déduire le calcul de J .

b) Démontrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = 1 - 2J$.
Calculer I .

c) Déterminer l'aire en cm^2 de l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :

$$0 \leq x \leq 1 \text{ et } 0 \leq y \leq f(x)$$

On en donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

EXERCICE N°2

Une pisciculture dispose de deux bassins B_1 et B_2 :

B_1 contient 7 truites et 3 carpes,

B_2 contient 5 truites et 2 carpes.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au bassin B_1 . On extrait simultanément et au hasard, 3 poissons de ce bassin et on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de carpes obtenues.

a) Déterminer la loi de probabilité de X .

b) Calculer l'espérance mathématique de X .

2. On choisit maintenant un des deux bassins au hasard et, avec une égale probabilité de choisir l'une ou l'autre espèce, on en extrait, toujours au hasard, un poisson.

a) Calculer la probabilité :

- pour que ce soit une truite et qu'elle provienne du bassin B_1 ;

- pour que ce soit une truite et qu'elle provienne du bassin B_2 .

b) En déduire que la probabilité d'extraire une truite est $\frac{99}{140}$.

c) On a extrait une truite.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne du bassin B_1 ?

N.B. : Tous les résultats de cet exercice seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

EXERCICE N°3

On jette 3 fois une pièce de monnaie mal équilibrée telle que :

$$P(F) = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad P(P) = \frac{1}{4} \quad (P = \text{pile} ; F = \text{face})$$

Soit X la variable aléatoire représentant le plus grand nombre de résultats « face » consécutifs.

Calculer la loi de probabilité, l'espérance mathématique et la variance de la variable X .

Tournez la page S.V.P.

- b) Démontrer à l'aide d'une intégration par parties que $I = 1 - 2J$.
Calculer I .
- c) Déterminer l'aire en cm^2 de l'ensemble des points M de coordonnées $(x ; y)$ telles que :
 $0 \leq x \leq 1$ et $0 \leq y \leq f(x)$
On en donnera la valeur exacte puis une valeur approchée à 10^{-2} près.

EXERCICE N°2

Une pisciculture dispose de deux bassins B_1 et B_2 :

B_1 contient 7 truites et 3 carpes,

B_2 contient 5 truites et 2 carpes.

Les questions 1 et 2 sont indépendantes.

1. Dans cette question, on ne s'intéresse qu'au bassin B_1 . On extrait simultanément et au hasard, 3 poissons de ce bassin et on appelle X la variable aléatoire égale au nombre de carpes obtenues.

- a) Déterminer la loi de probabilité de X .
b) Calculer l'espérance mathématique de X .

2. On choisit maintenant un des deux bassins au hasard et, avec une égale probabilité de choisir l'une ou l'autre espèce, on en extrait, toujours au hasard, un poisson.

a) Calculer la probabilité :

- pour que ce soit une truite et qu'elle provienne du bassin B_1 ;
- pour que ce soit une truite et qu'elle provienne du bassin B_2 .

b) En déduire que la probabilité d'extraire une truite est $\frac{99}{140}$.

c) On a extrait une truite.

Quelle est la probabilité qu'elle provienne du bassin B_1 ?

N.B. : Tous les résultats de cet exercice seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

EXERCICE N°3

On jette 3 fois une pièce de monnaie mal équilibrée telle que :

$$P(F) = \frac{3}{4} \quad \text{et} \quad P(P) = \frac{1}{4} \quad (P = \text{pile} ; F = \text{face})$$

Soit X la variable aléatoire représentant le plus grand nombre de résultats « face » consécutifs.

Calculer la loi de probabilité, l'espérance mathématique et la variance de la variable X .

Tournez la page S.V.P.

EXERCICE N°4

M. DUPONT désire acheter une automobile qui, au 1^{er} juillet 2000, coûte 90 000 F.

N'ayant à sa disposition que 77 000 F et ne voulant pas prendre de crédit, il décide de placer la somme de 77 000 F dont il dispose. Un organisme financier lui assure un placement, à intérêts composés, au taux annuel de 7%.

On se propose de calculer en quelle année, M. DUPONT pourra acheter la voiture dont il rêve.

Pour tout entier n , on note u_n , le capital dont dispose M. DUPONT au 1^{er} juillet de l'année $(2000 + n)$.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. Montrer que la suite (u_n) , pour $n \in \mathbb{N}$, est une suite géométrique dont on précisera la raison. Exprimer u_n en fonction de n .

3. On admet que le prix de l'automobile que veut acheter M. DUPONT augmente régulièrement de 3% au 1^{er} juillet de chaque année. Pour tout entier n , on note v_n le prix de l'automobile au 1^{er} juillet de l'année $(2000 + n)$.

Exprimer v_n en fonction de n .

4. Calculer, à partir de quelle année, M. DUPONT pourra acheter cette voiture. (On pourra utiliser la fonction logarithme népérien.)

EXERCICE N°5

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 6x^2 - 6x - 5$

1. Déterminer la primitive de f qui s'annule en $x = 1$.

2. Soit $F(x) = 2x^3 - 3x^2 - 5x + 6$.

a) Factoriser $F(x)$.

b) En déduire les solutions dans \mathbb{R} de l'équation $F(x) = 0$, puis de l'inéquation $F(x) \leq 0$.

3. En utilisant un changement de variable, résoudre dans \mathbb{R} :

a) $2e^{3x} - 3e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$.

b) $2e^{3x} - 3e^{2x} - 5e^x + 6 \leq 0$.

RÉDACTION D'UNE OU PLUSIEURS NOTES D'HISTOIRE ET/OU DE GÉOGRAPHIE

L'usage de tout document et matériel est interdit.

LES DEUX SUJETS DOIVENT ETRE TRAITÉS

HISTOIRE :

La place des Etats-Unis dans les relations internationales depuis 1973.

GÉOGRAPHIE :

Population et développement en Chine.

UN OU PLUSIEURS EXERCICES DE COMPTABILITÉ GÉNÉRALE

Les candidats sont autorisés à utiliser les matériels et documents suivants :

- les calculatrices électroniques à fonctionnement autonome, sans imprimante, à entrée unique par clavier ;
- le plan comptable comportant uniquement la liste des comptes sans les documents de synthèse.

Les quatre exercices doivent être traités.

EXERCICE N°1

Au 31 décembre 1999, le compte 512 « Banque Générale » de l'entreprise BFM présente un solde débiteur de 31 787,00 F.

L'extrait de compte, arrêté au 31 décembre et adressé par la banque, présente, quant à lui, un solde créditeur de 13 367,00 F.

Après pointage, vous constatez les différences suivantes :

1. Un chèque d'un montant de 1 932,00 F, adressé par le client ALBERT et remis à l'encaissement n'a toujours pas été pris en compte par la banque.
2. Un avis de crédit de la banque, du 31 décembre, relatif à un virement d'un montant de 2 575,00 F du client MOSSON a été reçu et comptabilisé par l'entreprise le 4 janvier.
3. Les chèques n° 3107 et 3108, respectivement de 913,00 F et 1 854,00 F, établis et comptabilisés le 31 décembre, n'ont toujours pas été portés à l'encaissement par leurs bénéficiaires.
4. Le chèque n° 3061, à l'ordre du fournisseur ARISTIDE a été comptabilisé le 21 décembre pour un montant de 736,80 F. L'extrait de la banque et la souche du chèque indiquent un montant de 763,80 F.
5. Le chèque n° 3092, d'un montant de 2 754,00 F, à l'ordre du fournisseur SIMON, émis et comptabilisé le 27 décembre, a été retourné puis annulé. L'entreprise dispose d'un avoir important chez ce fournisseur. Aucune rectification ne figure sur le compte banque.
6. La banque a encaissé 261 F de coupons d'intérêts sur les titres de placement en dépôt chez elle mais elle n'a pas envoyé d'avis de crédit.
7. Un versement en espèces de 5 000,00 F effectué le 31 décembre, a été comptabilisé au débit du compte 58 « Virement interne » et au crédit du compte 53 « Caisse ». Ce mouvement est inscrit sur l'extrait de compte adressé par la banque.
8. L'entreprise a reçu de la banque un relevé de lettres de change arrivant à échéance le 31 décembre, pour un montant total de 17 903,00 F mais elle a omis de le reporter dans sa comptabilité.

9. Un bordereau de lettres de change, remises à l'escompte, a été comptabilisé deux fois au compte 512 : le 23 décembre pour la valeur nominale des effets soit 11 907,00 F et le 27 décembre pour le montant net du bordereau soit 11 721,00 F.
10. Des frais de tenue de compte (25,00 F) et des intérêts en faveur de l'entreprise (17,00 F) sont portés sur l'extrait de compte adressé par la banque.

TRAVAIL A FAIRE :

Présenter l'état de rapprochement entre le compte 512 « Banque Générale » de l'entreprise BFM et l'extrait de compte de cette entreprise à la Banque Générale à la date du 31 décembre 1999 ;

Enregistrer dans le livre-journal de l'entreprise BFM les écritures de régularisation que vous jugerez nécessaires.

N.B. : Le taux de la T.V.A. est de 19,6%

EXERCICE N°2

1) La société LEGRAND a fabriqué 1 250 produits P, vendus 400 F l'unité, durant le mois de juin 2000.

Les charges variables du mois, hors matières premières, se sont élevées à 245 000 F.

Les charges fixes ont été estimées, pour le mois de juin 2000 à 80 000 F.

Les achats des matières premières se sont élevés à 50 000 F et il a été procédé à un destockage évalué à 5 000 F. Toutes les matières premières achetées et destockées sont utilisées dans le mois.

TRAVAIL A FAIRE :

Calculer le seuil de rentabilité pour le mois de juin 2000, à la fois en valeur (franc) et en volume (nombre de produits à fabriquer et à vendre).

2) Une modification des conditions de production est envisagée. Elle permettrait de diminuer les charges variables de 10% mais engendrerait une augmentation des charges fixes mensuelles de 20 280 F.

TRAVAIL A FAIRE :

Présenter les répercussions sur le seuil de rentabilité, en précisant si, selon vous, l'entreprise LEGRAND a intérêt à mettre en œuvre ce projet.

EXERCICE N°3

L'exercice comptable de la SA ROGER, créée en N-10, se déroule sur l'année civile.

Cette société a réalisé les opérations suivantes :

- 3 décembre : achat de marchandises réglées au comptant par chèque à ISA.

Facture 1656 du 3/12/N :

▪ Marchandises	900 000 F
▪ Remise 10 %	- 90 000 F

▪ Net commercial	810 000 F
▪ Escompte de règlement 5%	- 40 500 F

▪ Net financier	769 500 F
▪ T.V.A.	150 822 F

▪ Net à payer	920 322 F

- 5 décembre : achat de timbres par caisse : 600 F.

- 14 décembre : décaissement de la T.V.A. du mois d'octobre 1 234 F.

- 14 décembre : ventes de marchandises à crédit à MICHEL pour un montant de 535 126 F HT. Sur cette somme, un rabais de 1% est consenti.

- 15 décembre : ventes de marchandises à crédit à REGINE : 480 000 F HT.

- 17 décembre : REGINE renvoie des marchandises non conformes pour un montant de 60 000 F HT. La SA ROGER lui adresse une facture d'avoir et lui accorde une remise de 5% sur le reste de la facture.

- 31 décembre : liquidation de la T.V.A..

B) ECRITURES D'INVENTAIRE

L'inventaire du stock a fait ressortir le résultat suivant :

▪ Stock final	320 000 F
▪ Stock initial	440 000 F
▪ Provision au 30/12/N-1	20 000 F
▪ Provision au 30/12/N	15 000 F

Tournez la page S.V.P.

C) L'état des créances douteuses se présente comme suit :

Client	Date de la créance initiale	Nominal TTC	Provision en début d'exercice	Règlement de l'exercice	Observation
Bernard	10/8/N-2	71 760 F	22 000 F	23 920 F	Pour solde de tout compte
Jacques	5/7/N-1	41 860 F	18 000 F	5 980 F	80% restent difficiles à recouvrer
Yamina	8/5/N	29 900 F			Rien ne pourra être récupéré
Luis	17/8/N	145 912 F			Le quart peut être recouvré

- Une prime semestrielle d'assurance d'un montant de 12 000 F a été payée à l'échéance, le 1^{er} septembre ;
- Des marchandises ont été livrées à un client mais la facture de 12000 F HT n'a pas été établie ;
- Les 100 actions de la société DOM, acquises à titre de placement le 5/8/N, pour un montant de 46 000 F, sont cotées 450 F l'unité. L'entreprise possède également 1 500 titres de participation achetés 315 F l'un. Leur cours de bourse est de 378 F au 31/12/N ;
- La société prévoit de gros travaux de réfection de toiture en N+2, pour un montant estimé à 158 472 F. Elle décide de répartir cette charge sur trois années ;
- Une machine doit être mise au rebut. Elle avait été achetée pour un montant de 240 000 F HT, le 1/7/N-3 et a fait l'objet d'un amortissement dégressif (5 ans - coefficient : 2) ;
- Les constructions acquises en totalité à la création de l'entreprise pour la somme de 560 000 F sont amorties linéairement sur 50 ans ;
- Le mobilier acquis le 1/4/N pour 12 000 F fait l'objet d'un amortissement linéaire au taux de 20%.

TRAVAIL A FAIRE :

Passer les écritures nécessaires au livre-journal de la société.

N.B : Le taux de T.V.A. est de 19,60 %.

Les chiffres seront arrondis au franc le plus proche. Il conviendra de faire apparaître les calculs sur la copie.

EXERCICE N°4

Afin de mieux contrôler ses coûts, la Société MARTIN a mis en place une gestion prévisionnelle.

Les tableaux ci-après présentent des informations sur les budgets du 1^{er} trimestre 2000.

Tableau des encaissements

	Janvier	Février	Mars
Clients au 31/12/99	277 380 F	120 600 F	-
Ventes de janvier	506 520 F	168 840 F	168 840 F
Ventes de février	-	434 160 F	144 720 F
Ventes de mars	-	-	520 992 F
TOTAL	783 900 F	723 600 F	834 552 F

Tableau des décaissements

	Janvier	Février	Mars
Fournisseurs au 31/12/99	144 720 F	120 600 F	
Achats de janvier	156 780 F	-	156 780 F
Achats de février	-	180 900 F	-
Achats de mars	-	-	217 080 F
T.V.A. à décaisser	55 800 F	90 640 F	61 800 F
Charges externes*	150 000 F	150 000 F	150 000 F
Salaires	184 000 F	184 000 F	184 000 F
Charges sociales	64 400 F	64 400 F	64 400 F
Annuité de remboursement d'un emprunt	-	24 965 F	-
Acompte d'impôt sur les sociétés	-	-	25 000 F
	755 700 F	815 505 F	859 060 F

* Par souci de simplification, la T.V.A. sur charges externes est négligée.

Tableau de T.V.A.

	Janvier	Février	Mars
T.V.A. collectée	144 200 F	123 600 F	148 320 F
T.V.A. déductible sur autres biens et services	53 560 F	61 800 F	74 160 F
	-----	-----	-----
T.V.A. du mois à décaisser	90 640 F	61 800 F	74 160 F
T.V.A. à payer au cours du mois	55 800 F	90 640 F	61 800 F

La trésorerie s'élève, début janvier, à 72 620 F.

TRAVAIL A FAIRE :

- 1) **Etablir le tableau prévisionnel de trésorerie du 1^{er} trimestre 2000.**
- 2) **Reconstituer le tableau des ventes (ventes HT et ventes TTC) du 1^{er} trimestre 2000.**
Indiquer quelles sont les conditions de règlements des clients.
- 3) **Reconstituer le tableau des achats (achats HT et achats TTC) de janvier et février 2000.**
Indiquer quelles sont les conditions de règlement des fournisseurs.
En déduire les achats HT et TTC de mars 2000.
- 4) **Présenter les extraits des balances en soldes au 31/12/1999 et au 31/3/00 en ne retenant que les postes suivants :**
 - Clients ;
 - Fournisseurs ;
 - T.V.A. à décaisser ;
 - Trésorerie.

N.B. : On considère que la T.V.A. à 20,6% s'applique à la totalité des achats de biens et de services.